УДК 665.1 – 665.3
№ Др0108u005350

Національна академія аграрних наук
Інститут механізації тваринництва

ЗАТВЕРДЖУЮ:
Директор ІМТ НААН
д.т.н., проф.

_________І.А. Шевченко
« » ___________ 2010 р.

ЗВІТ
ЩОДО НАУКОВО-ДОСЛІДНОЇ РОБОТІ НА ТЕМУ:

«05.1-2/01 Створити наукові основи глибокої переробки та використання біосировини для енергетичного і кормового забезпечення виробництва тваринницької продукції

05.1-2/02.02.03 Розробити математичну модель фільтрації рицинової олії крізь шар мезги у шнековому пресі

Науковій керівник завдання,
провідний науковий співробітник
лабораторії кормозабезпечення,
д.т.н., проф. — В.А. Дідур

Завідувач лабораторії
кормозабезпечення к.т.н., с.н.с. — Р.І. Безпалов

Запоріжжя, 2010

Виконавці

Відповідальній виконувач, с.н.с., к.т.н. В.О. Ткаченко

РАЗРАБОТАТЬ МАТЕМАТИЧЕСКУЮ МОДЕЛЬ ФИЛЬТРАЦИИ КАСТОРОВОГО МАСЛА ЧЕРЕЗ СЛОЙ ЖМЫХА В ШНЕКОВОМ ПРЕССЕ

Основными исследованиями закономерностей фильтрационных явлений занимается теория фильтрации. В фильтрационных расчётах вода обычно рассматривается как несжимаемая ньютонова жидкость с незначительной вязкостью, скелет считается неподвижным, пористость материала в течение процесса фильтрации принимается неизменной. Давление в пористой жидкости легко определяется высотой уровня жидкости или гидравлическим напором принудительно подаваемой жидкости.

Особенностью процесса выжимания поровой жидкости при консолидации, отличающего его от явлений, рассматриваемых в классических теориях фильтрации и миграции, заключается в непрерывном уменьшении пористости материала. Пористость уменьшается до тех пор, пока сжавшийся скелет не уравновесит своим сопротивлением дальнейшему уплотнению сжимающее давление. В прессуемой массе имеет место две системы давления: нейтральное и эффективное, а их сумма составляет полное давление. Нейтральное давление определяется напором фильтруемого масла, эффективное давление воспринимается скелетом мезги. В прессуемой массе имеет место две системы давления: нейтральное и эффективное, а их сумма составляет полное давление. Разработка теории о распределении для любого момента времени давления в поровой жидкости является основной задачей теории консолидации.

Из теории фильтрации известно, что скоростью фильтрации называется расход жидкости через единицу геометрической площади сечения материала

$$u = \frac{Q}{\omega}, \tag{1.1}$$

в случае, когда скорости фильтрации в различных точках различны

$$u = \frac{dQ}{d\omega}, \tag{1.2}$$

где $\omega -$ геометрическая площадь сечения, через которую проходит расход Q.

Опытами Дарси установлено, что скорость фильтрации пропорциональна разности напоров и обратно пропорциональна соответствующей длине пути фильтрации. Отсюда, полагая, что скорость фильтрации направлена по оси s

$$u = -k\frac{H_2 - H_1}{\Delta s}, \tag{1.3}$$

Или в дифференциальной форме

$$u = -k\frac{\partial H}{\partial s}, \tag{1.4}$$

где $H -$ напор;

$k -$ коэффициент пропорциональности, причём знак минус указывает, что движение жидкости направлено в сторону уменьшающихся напоров.

$$H = \frac{p}{\gamma} + z, \tag{1.5}$$

Где $p -$ давление в жидкости в рассматриваемой точке;

$z -$ высота над плоскостью сравнения.

Коэффициент пропорциональности k называется коэффициентом фильтрации. Полагая $\frac{\partial H}{\partial s}=1$, находим, что $u=-k$. Отсюда видно, что коэффициент фильтрации численно равен величине скорости фильтрации при градиенте напора, равном единице. Коэффициент фильтрации зависит от характера фильтрующей жидкости

$$k=k_0\frac{g}{\nu}, \tag{1.6}$$

где ν – кинематический коэффициент вязкости жидкости;
g – ускорение силы тяжести;
k_0 – проницаемость материала (мезги), характеризуется только его геометрическими свойствами, не завися от характера фильтрующей жидкости.

Проницаемость – это свойство пористого материала, характеризующего его способность пропускать через себя жидкость под действием приложенного градиента давления [6]. Проницаемость представляет собой *проводимость по отношению к жидкости*.

$$K=\frac{q\mu}{A\left(\Delta P/L\right)}, \tag{1.7}$$

K – величина проницаемости, q – объёмный расход жидкости, μ – вязкость жидкости, ΔP – перепад давления на длине образца L, A – площадь поперечного сечения.

Из уравнения (1.10) видно, что K имеет размерность квадрата длины.

Мезга, являясь пористым материалом, способна фильтровать жидкость под действием приложенного градиента давлений. Термины «пористый материал» и «градиент давления в жидкой фракции» требуют дополнительного пояснения.

Пористыми материалами называют тела, содержащие пустоты, характерный размер которых мал по сравнению с характерным размером тела.

Поровым давлением $\overline{p}$ называют избыточное гидростатическое давление в поровой жидкости, заставляющее её двигаться через материал. Избыточное поровое давление равно

$$\overline{p}=p-p^{-0}, \tag{1.8}$$

где p^{-0} – давление, которое существовало в поровой жидкости до приложения внешней нагрузки, и по отношению к которому мы будем производить отсчёт. В дальнейшем часто черту над $\overline{p}$ будем опускать, подразумевая, что мы имеем дело с избыточным давлением.

Фундаментальным законом движения жидкости в пористой среде является известный закон, экспериментально установленный Дарси.

Количество жидкости q, которое просачивается через единицу площади сечения, нормального к линиям тока, прямо пропорционально гидравлическому градиенту $\left(i=\Delta\overline{p}/l\gamma_w\right)$.

$$q=-k_{\phi}i=-k_{\phi}\frac{\Delta\overline{p}}{\gamma_w l}, \tag{1.9}$$

где $k_ф$ – коэффициент фильтрации; $\Delta\bar{p}$ – разность гидростатического давления поровой жидкости; γ_w – удельный вес поровой жидкости; l – длина пути фильтрации. Величина q равна скорости фильтрации v. Различают ещё истинную скорость фильтрации жидкости.

Коэффициент фильтрации $k_ф$ зависит как от свойств пористой среды, так и от свойств жидкости. Экспериментально он определяется для данного грунта и данной заполняющей его жидкости. Теоретические исследования Слихтера, Козени и других показывают, что для ламинарной фильтрации справедлива формула

$$\mathrm{v} = -\frac{\mathrm{K}}{\eta}\frac{\Delta\bar{p}}{l}, \tag{1.10}$$

где K – коэффициент проницаемости среды; η – коэффициент вязкости фильтрующей жидкости.

Зависимость коэффициента фильтрации от различных факторов

1. Проницаемость среды не зависит от свойств жидкости; а коэффициент вязкости касторового масла уменьшается с повышением температуры и следует ожидать, что коэффициент фильтрации будет наибольшим при наибольшей применяемой температуре масла.

2. На коэффициент фильтрации $k_ф$ влияет гранулометрический состав, поскольку скорость вязкого течения жидкости в порах зависит от их размеров. Известно, что скорость течения вязкой жидкости в капиллярной трубке (пуазейлевское течение) пропорционально квадрату диаметра этой трубки. Поэтому естественно считать, что

$$k_ф = C\frac{D^2\gamma_w}{\eta}, \tag{1.11}$$

где C – некоторая постоянная; а D – эффективный диаметр пор, определяемый по методу Аллена Хазена.

Существует ещё много подобных формул, подробная сводка которых приведена в работе [1,].

3. Коэффициент фильтрации зависит от пористости материала. Многочисленные эксперименты показывают, что график зависимости коэффициента фильтрации от пористости на логарифмической шкале представляет собой примерно прямую линию [2].

4. На коэффициент фильтрации влияют структура материала, форма и расположение пор, а также присутствие защемлённого воздуха. Уплотнённость материала существенно сказывается на фильтрации. Как правило, для предварительно неуплотнённого материала процесс фильтрации полностью описывается законом Дарси в форме (1.8). При последующих же нагрузках фильтрация возникает лишь в том случае, если градиент напора больше некоторой начальной величины, называемой *начальным градиентом напора* (i_0). Закон Дарси в этом случае записывается в форме [3, 4]

$$\mathrm{v} = -\kappa_{\phi}\left(i - i_0\right) = -\frac{K\gamma_w}{\eta}\left(i - i_0\right), \tag{1.12}$$

где $k_{\phi} = k_{\phi}\left(\varepsilon\right)$ и $i_0 = i_0\left(\varepsilon\right)$.

5. Закон Дарси (1.8) действует только для ламинарного течения. В противоположность этому при турбулентном движении существует зависимость [5]

$$\mathrm{v}^{\beta} = -\alpha\, i, \tag{1.13}$$

Где $\alpha -$постоянный параметр.

Рейнольдс показал, что β колеблется от 1,79 до 2,0. Переход от ламинарного течения к турбулентному осуществляется при некотором критическом значении числа Рейнольдса

$$\mathrm{Re} = \frac{\mathrm{vD}\gamma_{\mathrm{w}}}{\eta \mathrm{g}}. \tag{1.14}$$

Истинная турбулентность в пористых средах наступает только при очень больших скоростях. Поэтому закон Дарси можно принять в качестве основного закона течения масла через слой мезги в прессе.

Дифференциальная форма закона Дарси

Для вывода общего выражения закона Дарси в дифференциальной форме [6] следует рассмотреть равновесие сил, действующих на жидкость, протекающую через пористый материал.

Такими силами являются: а) вязкая сила, действующая на жидкость со стороны скелета мезги и подчиняющаяся закону Ньютона $\left(\tau = \eta\dot{\gamma}\right)$; б) сила, возникающая от разности давлений, приложенная к жидкости $\left(\Delta\overline{p}\right)$; в) вес жидкости.

Составляя уравнение равновесия, получим

$$\mathbf{v} = -\frac{\mathrm{K}}{\eta}\left(\mathbf{grad}\,\overline{p} + \mathbf{i}_3 g\rho_w\right), \tag{1.15}$$

где

$$\mathbf{grad}\,\overline{p} = \mathbf{i}_1\frac{\partial\overline{p}}{\partial x_1} + \mathbf{i}_2\frac{\partial\overline{p}}{\partial x_2} + \mathbf{i}_3\frac{\partial\overline{p}}{\partial x_3}.$$

Если ввести напорную функцию H

$$H = \frac{1}{\gamma_w}\overline{p} + x_3, \tag{1.16}$$

То закон Дарси (1.14) можно написать в очень компактной форме

$$\mathbf{v} = -\left(\frac{\mathrm{K}}{\eta}\gamma_w\right)\mathbf{grad}\left(\mathrm{H}\right) = -k_{\phi}\,\mathbf{grad}\left(\mathrm{H}\right). \tag{1.17}$$

Для компонент скорости фильтрации получаем

$$\mathrm{v}_{\mathrm{i}} = -\frac{K}{\eta}\gamma_w H_{,i}, \tag{1.18}$$

а при отсутствии массовых сил

$$\mathrm{v_i} = -\frac{K}{\eta}\,\overline{p}_{,i} = -\frac{k_ф}{\gamma_ц}\,\overline{p}_{,i}. \tag{1.19}$$

В отношении проницаемости обнаруживают анизотропию. Сопротивление движению в таких средах различно в разных направлениях. Для анизотропных сред можно дать некоторое обобщение закона Дарси, заключающееся в том, что каждая компонента скорости потока поровой жидкости в точке является линейной функцией компонент градиента давления в этой точке, поэтому вместо (1.17) запишем

$$\mathrm{v_i} = -\frac{K_{ij}}{\eta}\gamma_w H_{,j} = -\frac{\gamma_w}{\eta}\left(K_{i1}\frac{\partial H}{\partial x_1} + K_{i2}\frac{\partial H}{\partial x_2} + K_{i3}\frac{\partial H}{\partial x_3}\right). \tag{1.20}$$

$$\mathrm{v_i} = -\frac{K_{ij}}{\eta}\,p_{,j} = -\frac{1}{\eta}\left(K_{i1}\frac{\partial p}{\partial x_1} + K_{i2}\frac{\partial p}{\partial x_2} + K_{i3}\frac{\partial p}{\partial x_3}\right).$$

Три уравнения (1.20) можно записать как одно матричное уравнение

$$\begin{vmatrix} \mathrm{v}_1 \\ \mathrm{v}_2 \\ \mathrm{v}_3 \end{vmatrix} = -\frac{1}{\eta}\begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{vmatrix}\begin{vmatrix} \dfrac{\partial p}{\partial x_1} \\ \dfrac{\partial p}{\partial x_2} \\ \dfrac{\partial p}{\partial x_3} \end{vmatrix}. \tag{1.21}$$

Девять компонентов K_{ij} образуют компоненты тензора и называются коэффициентами проницаемости и описываются при помощи матрицы $\left[K_{ij}\right]$.

При описании процесса фильтрации масла через слой мезги в шнековых прессах целесообразно использовать цилиндрическую систему координат. В таком случае необходимо учитывать различную проницаемость в радиальном и осевом направлениях

$$\mathrm{v_r} = -\frac{K_1}{\eta}\frac{\partial H}{\partial r};\ \ \mathrm{v}_\theta = -\frac{K_1}{\eta}\frac{1}{r}\frac{\partial H}{\partial \theta};\ \ \mathrm{v_z} = -\frac{K_2}{\eta}\frac{\partial H}{\partial z}. \tag{1.22}$$

Закон фильтрации Дарси – Герсеванова

Рассмотренные выше формы законов фильтрации относились к случаю движения жидкости в жесткой неизменяемой пористой среде. В случае процесса прессования мезги и фильтрации масла через слой перемещаемой мезги по поверхности шнекового вала скелет мезги деформируется и, следовательно, находится в движении относительно поровой жидкости. Если скорость скелета мезги от деформации составляет $\dot{u}_i = \mathrm{v}_\mathrm{i}^\mathrm{ck}$, то скорость масла по отношению к движущемуся скелету мезги будет равна разности $\left(\mathrm{v}_\mathrm{i} - \mathrm{v}_\mathrm{i}^\mathrm{ck}\right)$.

Закон фильтрации Дарси впервые обобщён Н.М. Герсевановым [7] для этого случая и в принятых обозначениях представляется в следующем виде:

для анизотропной среды

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{v}_\mathrm{i} - \varepsilon \mathrm{v}_\mathrm{i}^\mathrm{ck} = -\frac{K}{\eta}\gamma_w H_{,i} \\ &(i = 1,2,3); \end{aligned}\right\} \tag{1.23}$$

для изотропной среды

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{v}_\mathrm{i} - \varepsilon \mathrm{v}_\mathrm{i}^\mathrm{ck} = -\frac{K}{\eta}\gamma_w H_{,i} \\ &(i = 1,2,3); \end{aligned}\right\} \tag{1.24}$$

для изотропной среды без учёта собственного веса

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{v}_\mathrm{i} - \varepsilon \mathrm{v}_\mathrm{i}^\mathrm{ck} = -\frac{K_{ij}}{\eta}\overline{p}_{,i} = -\frac{1}{\gamma_w}k_\phi \overline{p}_{,i} \\ &(i = 1,2,3). \end{aligned}\right\} \tag{1.25}$$

Вывод уравнения ламинарного движения масла через слой мезги

Ламинарное течение жидкости характеризуется фиксированным набором линий тока. Это означает, что элементы жидкости, проходящие через одну и ту же точку пространства, следуют по одной и той же траектории.

Для «скелета» мезги плотность частиц мезги примем постоянными $\rho = \mathrm{const}$, тогда уравнение неразрывности «скелета» мезги примет вид

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{v}_\mathrm{k,k}^\mathrm{ck} + \frac{\partial m}{\partial t} = 0, \\ &\text{или} \\ &\left(\frac{\partial \mathrm{v}_1^\mathrm{ck}}{\partial x_1} + \frac{\partial \mathrm{v}_2^\mathrm{ck}}{\partial x_2} + \frac{\partial \mathrm{v}_3^\mathrm{ck}}{\partial x_3}\right) + \frac{\partial m}{\partial t} = 0. \end{aligned}\right\} \tag{1.26}$$

В случае движения идеальной несжимаемой жидкости в порах мезги уравнение неразрывности масла примет вид

$$\mathrm{v}_\mathrm{k,k} + \frac{\partial n}{\partial t} = 0, \tag{1.27}$$

где

$n -$ содержание жидкой фазы в единице объёма;

$m -$ содержание твёрдой фазы в единице объёма;

$n + m = 1$.

Складывая два уравнения неразрывности (1.26) и (1.27) и учитывая очевидное равенство $(m+n=1)$, получим

$$\mathrm{v}_{\mathrm{k,k}}^{\mathrm{ck}}+\mathrm{v}_{\mathrm{k,k}}=0 \tag{1.28}$$

Продифференцируем обе части формулы (1.24), выражающей закон Дарси – Герсеванова для изотропной пористой среды, по x_i и сложим почленно все три получающиеся выражения. Результат представим в виде

$$\mathrm{v}_{\mathrm{k,k}}-\varepsilon_{,k}\mathrm{v}_{\mathrm{k}}^{\mathrm{ck}}-\varepsilon\mathrm{v}_{\mathrm{k,k}}^{\mathrm{ck}}=-\left(\gamma_w\frac{K}{\eta}H_{,k}\right)_{,k}, \tag{1.29}$$

где ε – коэффициент пористости. Подставляя затем (1.28) в (1.29) и учитывая выражение для неразрывности «скелета» мезги (1.26), будем иметь

$$-(1+\varepsilon)\frac{\partial m}{\partial t}+\varepsilon_{,k}\mathrm{v}_{\mathrm{k}}^{\mathrm{ck}}=\left(\gamma_w\frac{K}{\eta}H_{,k}\right)_{,k}. \tag{1.30}$$

Так как m выражается через коэффициент пористости как

$$m=\frac{1}{1+\varepsilon}, \tag{1.31}$$

производная $\dfrac{\partial m}{\partial t}$ будет равна

$$\frac{\partial m}{\partial t}=-\frac{1}{(1+\varepsilon)^2}\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}.$$

Учитывая последнее соотношение, запишем:

$$(1+\varepsilon)\left[\mathrm{v}_{\mathrm{k}}^{\mathrm{ck}}\varepsilon_{,k}\right]+\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}=(1+\varepsilon)\left[\gamma_w\frac{K}{\eta}H_{,k}\right]_{,k}. \tag{1.32}$$

В уравнении (1.32) переменную величину $(1+\varepsilon)$ заменяем постоянной $(1+\varepsilon_{cp})$, равной некоторой средней величине пористости в заданном диапазоне уплотнения. В развёрнутом виде уравнение (1.32) записывается

$$\begin{gathered}\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}=-(1+\varepsilon_{cp})\left(\mathrm{v}_1^{\mathrm{ck}}\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_1}+\mathrm{v}_2^{\mathrm{ck}}\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_2}+\mathrm{v}_3^{\mathrm{ck}}\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_3}\right)+\\+(1+\varepsilon_{cp})\left[\frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{K}{\eta}\gamma_w\frac{\partial H}{\partial x_1}\right)+\frac{\partial}{\partial x_2}\left(\frac{K}{\eta}\gamma_w\frac{\partial H}{\partial x_2}\right)+\frac{\partial}{\partial x_3}\left(\frac{K}{\eta}\gamma_w\frac{\partial H}{\partial x_3}\right)\right],\end{gathered} \tag{1.33}$$

где g – ускорение силы тяжести

$$\begin{gathered}\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}=-(1+\varepsilon_{cp})\left(\mathrm{v}_1^{\mathrm{ck}}\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_1}+\mathrm{v}_2^{\mathrm{ck}}\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_2}+\mathrm{v}_3^{\mathrm{ck}}\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_3}\right)+\\+(1+\varepsilon_{cp})\left[\frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{K}{\eta}\frac{\partial p}{\partial x_1}\right)+\frac{\partial}{\partial x_2}\left(\frac{K}{\eta}\frac{\partial p}{\partial x_2}\right)+\frac{\partial}{\partial x_3}\left(\frac{K}{\eta}\frac{\partial p}{\partial x_3}\right)\right].\end{gathered} \tag{1.34}$$

Содержание жидкой фазы в мезге

$$n = 1 - \frac{1}{1+\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}. \tag{1.35}$$

Производная $\frac{\partial n}{\partial t}$ будет равна

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{(1+\varepsilon)^2}\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}. \tag{1.36}$$

Тогда скорость изменения жидкой фаза в единице объёма при фильтрации масла через слой мезги

$$\begin{aligned}\frac{\partial n}{\partial t} &= -\frac{1}{(1+\varepsilon_{ck})}\left(\mathrm{v}_1^{\mathrm{ck}}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_1} + \mathrm{v}_2^{\mathrm{ck}}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2} + \mathrm{v}_3^{\mathrm{ck}}\frac{\partial \varepsilon}{\partial x_3}\right) + \\ &+ \frac{1}{(1+\varepsilon_{ck})}\left[\frac{\partial}{\partial x_1}\left(\frac{K}{\eta}\frac{\partial p}{\partial x_1}\right) + \frac{\partial}{\partial x_2}\left(\frac{K}{\eta}\frac{\partial p}{\partial x_2}\right) + \frac{\partial}{\partial x_3}\left(\frac{K}{\eta}\frac{\partial p}{\partial x_3}\right)\right].\end{aligned} \tag{1.37}$$

При рассмотрении пространственной задачи и наличии осевой симметрии будем для упрощения полагать, что коэффициенты фильтрации, равные в вертикальном положении k_r и в горизонтальном направлении k_z постоянные. Тогда основное уравнение фильтрации в цилиндрической системе координат

$$\begin{aligned}\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} &= -(1+\varepsilon_{cp})\left(\mathrm{v}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{ck}}\frac{\partial \varepsilon}{\partial r}(\sin\varphi + \cos\varphi) + \mathrm{v}_{\mathrm{z}}^{\mathrm{ck}}\frac{\partial \varepsilon}{\partial z}\right) + \\ &+ (1+\varepsilon_{cp})\frac{1}{\rho\eta}k_r\left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r}\right) + (1+\varepsilon_{cp})\frac{1}{\rho\eta}k_z\frac{\partial^2 p}{\partial z^2}.\end{aligned} \tag{1.38}$$

Тогда скорость изменения жидкой фаза в единице объёма при фильтрации масла через слой мезги в цилиндрической системе координат

$$\begin{aligned}\frac{\partial n}{\partial t} &= -\frac{1}{(1+\varepsilon_{cp})}\left(\mathrm{v}_{\mathrm{r}}^{\mathrm{ck}}\frac{\partial \varepsilon}{\partial r}(\sin\varphi + \cos\varphi) + \mathrm{v}_{\mathrm{z}}^{\mathrm{ck}}\frac{\partial \varepsilon}{\partial z}\right) + \\ &+ \frac{1}{(1+\varepsilon_{cp})}\frac{1}{\rho\eta}k_r\left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r}\right) + \frac{1}{(1+\varepsilon_{cp})}\frac{1}{\rho\eta}k_z\frac{\partial^2 p}{\partial z^2}.\end{aligned} \tag{1.39}$$

Граничные условия

Если предположить, что пористая мезга линейно зависит от порового давления, то основное уравнение становится дифференциальным уравнением в частных производных параболического типа относительно этого давления. Для того, чтобы решить конкретную задачу об определении порового давления, возникающего в масле при консолидации мятки, необходимо задать граничные и начальное условии. Эти условия налагаются на поровое давление $\overline{p}$ (1.8) и функцию порового давления H .

Начальные условия записываются в виде

$$\overline{p} = \overline{p}^{(н)} \quad \text{и} \quad H = H^{(н)} \ \text{при} \ t = 0. \qquad (1.40)$$

Граничные условия могут быть двух типов.

На непроницаемой границе очевидным является условие равенства нулю нормальной составляющей скорости потока жидкости. Из закона Дарси следует, что при этом

$$\left.\left(\frac{\partial H}{\partial x_n}\right)\right|_{\Sigma} = 0, \qquad (1.41)$$

Где $\dfrac{\partial}{\partial x_n}$ – производная по нормали к поверхности Σ.

На проницаемой границе условия обычно задаются либо в скоростях потока, либо в давлениях.

Граничное условие в скоростях задаётся в виде

$$\mathrm{v}_n = -k_{ф}\left.\left(\frac{\partial H}{\partial x_n}\right)\right|_{\Sigma}. \qquad (1.42)$$

Значение нормальной составляющей скорости должно быть известно для всех точек границы и для всего интервала времени.

Граничные условия в давлениях задаются обычно в виде некоторой функции времени и координатах границы

$$H_{|\Sigma} = H\left(x_s;t\right) \ \text{или} \ \overline{p}_{|\Sigma} = \overline{p}\left(x_s;t\right), \qquad (1.43)$$

где x_s – координаты точек границы.

В случае, если жидкость свободно удаляется с некоторой части границы Σ_1, поровое давление на ней, очевидно, равно нулю

$$\overline{p}_{|\Sigma_1} = 0. \qquad (1.44)$$

Начальное и граничные условия определяют единое решение указанных дифференциальных уравнений.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1 Лейбензон Л.С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. М.: Гостехтеориздат, 1947. – 247.

2 Абелев М.Ю. и Цытович Н.А. Вопросы применения теории фильтрационной консолидации для сильносжимаемых водонасыщенных грунтов. – Основания, фундаменты и механика грунтов, 1964, №3.

3 Флорин В.А. Основы механики грунтов. Т.I. – М.: Госстройиздат, 1959. – 356 с.

4 Флорин В.А. Основы механики грунтов. Т.II. – М.: Госстройиздат, 1961. – 543 с

5 Зарецкий Ю.К. Теория консолидации грунтов /Под ред. Н.А. Цытовича. М.: Наука . 1967. – 268 с.

6 Коллинз Р. Течение жидкости через пористые материалы. – М.: Мир, 1964. – 350.

7 Герсеванов Н.М. Динамика грунтовой массы. М.: Госстройиздат, 1934Б 1937.